

Analitik Geometri

Final çözümleri

David Pierce

Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi

Matematik Bölümü

`mat.msgsu.edu.tr/~dpierce`

`polytropy.com`

10 Haziran 2020

İçindekiler

1	$(2, 3), (1, 4), (2, -1)$	4
2	$(6, 3), (4, 5), (1, 2)$	6
3	$(3, 1), (1, 2), (2, 3)$	8
4	$(1, 2), (5, 3), (2, 1)$	10
5	$(3, 6), (3, 9), (2, 3)$	12
6	$(2, 1), (3, 2), (3, 1)$	14
7	$(4, 1), (2, 4), (2, 1)$	16
8	$(2, 1), (3, 2), (3, 2)$	18
9	$(4, 1), (2, 3), (2, 1)$	20
10	$(5, 1), (2, 3), (2, 1)$	22
11	$(4, 2), (1, 3), (4, 3)$	24
12	$(2, 1), (1, 3), (1, 2)$	26
13	$(2, 1), (3, 4), (5, 2)$	28
14	$(2, 3), (1, 4), (2, 1)$	30
15	$(6, 2), (3, 4), (4, 3)$	32

16	$(5, 1), (1, 2), (6, 4)$	34
17	$(2, 1), (1, 3), (1, 2)$	36
18	$(3, 2), (2, 4), (2, 2)$	38
19	$(2, 1), (3, 2), (2, 4)$	40
20	$(5, 2), (3, 4), (3, 2)$	42
21	$(4, 1), (3, 2), (2, 1)$	44
22	$(6, 4), (2, 8), (1, 3)$	46
23	$(2, 1), (3, 4), (1, 2)$	48
24	$(3, 5), (3, 7), (2, 3)$	50
25	$(2, 1), (1, 3), (2, -1)$	52
26	$(3, 1), (2, 2), (2, -2)$	54
27	$(1, 2), (3, 4), (3, 2)$	56
28	$(6, 1), (3, 4), (1, 2)$	58
29	$(4, 1), (3, 2), (1, 2)$	60
30	$(3, 1), (1, 2), (4, 3)$	62
31	$(4, 1), (2, 3), (2, 2)$	64
32	$(3, 1), (5, 4), (2, 3)$	66

$$\mathbf{1} \quad (2, 3), (1, 4), (2, -1)$$

Kesen köşeleri $(2, -1) \pm (2, 3)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, -1) \pm (1, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-2) - (y+1)}{5} \right)^2 - \left(\frac{3(x-2) - 2(y+1)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$7x^2 + 4xy - 3y^2 - 24x - 14y - 8 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

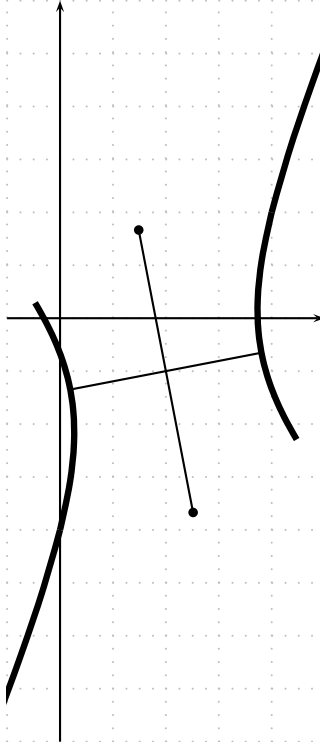
$$\left(\frac{7(x-2) + 2(y+1)}{5} \right)^2 - (y+1)^2 = 7,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{7}}{7}, -1 \right), \quad \left(2 \mp \frac{2\sqrt{7}}{7}, -1 \pm \sqrt{7} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{39 \pm 7\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{2(x-2) - (5 \mp \sqrt{29})(y+1)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{19 \mp 3\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{29})(x-2) - 2(y+1)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{19 \pm 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, -1 \pm \sqrt{\frac{39 \mp 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{19 \pm 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, -1 \mp \sqrt{\frac{39 \mp 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right)$$

olur.

2 $(6, 3), (4, 5), (1, 2)$

Kesen köşeleri $(1, 2) \pm (6, 3)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 2) \pm (4, 5)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{5(x-1) - 4(y-2)}{18} \right)^2 - \left(\frac{3(x-1) - 6(y-2)}{18} \right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{5(x-1) - 4(y-2)}{18} \right)^2 - \left(\frac{(x-1) - 2(y-2)}{6} \right)^2 = 1$$

denklemleri tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$16x^2 - 4xy - 20y^2 - 24x + 84y - 396 = 0,$$

$$4x^2 - 1xy - 5y^2 - 6x + 21y - 99 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{8(x-1) - (y-2)}{36} \right)^2 - \left(\frac{y-2}{4} \right)^2 = 1,$$

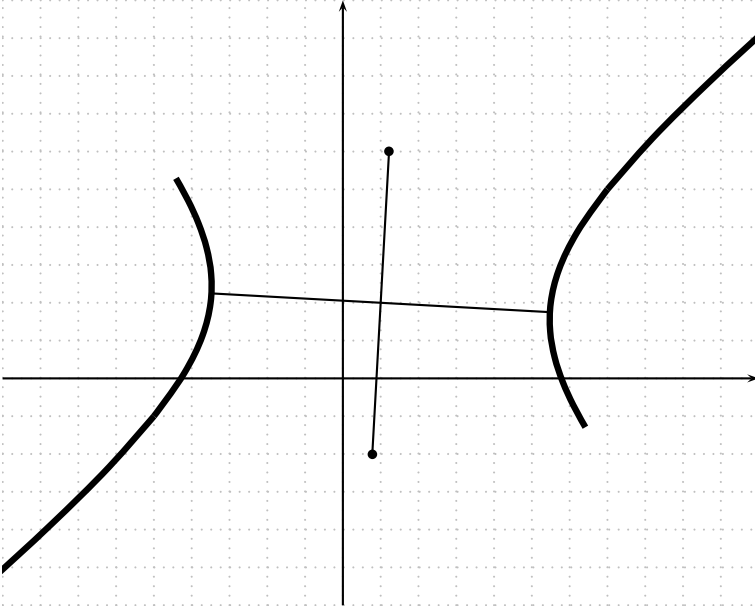
denklemleri elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{9\sqrt{1}}{2}, 2 \right), \quad \left(1 \pm \frac{\sqrt{1}}{2}, 2 \pm 4\sqrt{1} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{73 \pm 8\sqrt{82}}{\pm\sqrt{82}} \left(\frac{(x-1) + (9 \mp \sqrt{82})(y-2)}{18} \right)^2,$$

$$\sum \frac{91 \mp 10\sqrt{82}}{\pm\sqrt{82}} \left(\frac{(-9 \mp \sqrt{82})(x-1) + (y-2)}{18} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + \sqrt{\frac{91 \pm 10\sqrt{82}}{\sqrt{82}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{73 \mp 8\sqrt{82}}{\sqrt{82}}}\right),$$

$$\left(1 - \sqrt{\frac{91 \pm 10\sqrt{82}}{\sqrt{82}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{73 \mp 8\sqrt{82}}{\sqrt{82}}}\right)$$

olur.

3 $(3, 1), (1, 2), (2, 3)$

Kesen köşeleri $(2, 3) \pm (3, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 3) \pm (1, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-2) - (y-3)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 3(y-3)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 + 2xy - 8y^2 - 18x + 44y - 73 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

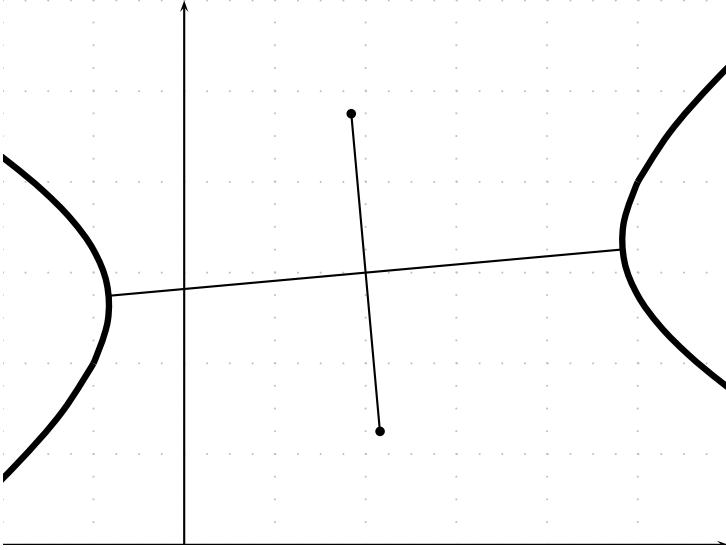
$$\left(\frac{3(x-2) + (y-3)}{5} \right)^2 - (y-3)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}, 3 \right), \quad \left(2 \mp \frac{\sqrt{3}}{3}, 3 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{\pm 2\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-2) - (11 \mp 5\sqrt{5})(y-3)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\pm \sqrt{5}} \left(\frac{(-11 \mp 5\sqrt{5})(x-2) - 2(y-3)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}, 3 \pm \sqrt{\frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}\right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}, 3 \mp \sqrt{\frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}\right)$$

olur.

4 $(1, 2), (5, 3), (2, 1)$

Kesen köşeleri $(2, 1) \pm (1, 2)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 1) \pm (5, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-2) - 5(y-1)}{7} \right)^2 - \left(\frac{2(x-2) - (y-1)}{7} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$5x^2 - 26xy + 24y^2 + 6x + 4y - 57 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

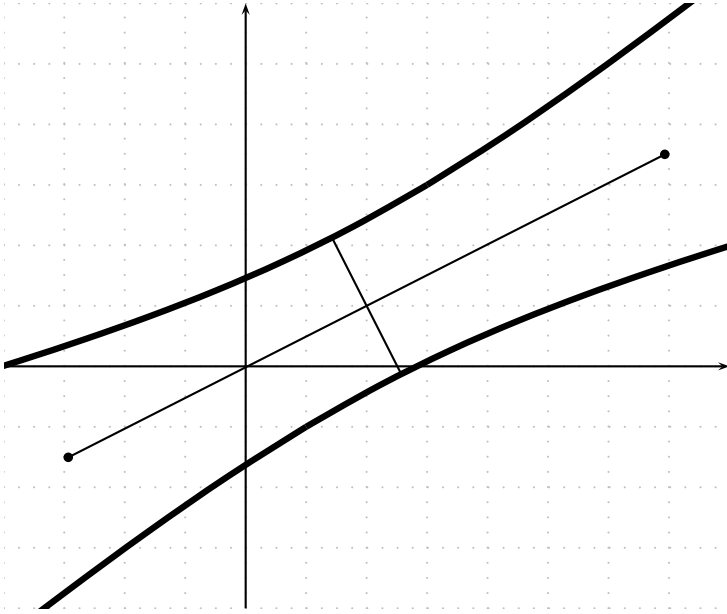
$$\left(\frac{5(x-2) - 13(y-1)}{7} \right)^2 - (y-1)^2 = 5,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{7\sqrt{5}}{5}, 1 \right), \quad \left(2 \pm \frac{13\sqrt{5}}{5}, 1 \pm \sqrt{5} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{243 \pm 5\sqrt{1037}}{\pm 2\sqrt{1037}} \left(\frac{26(x-2) + (-19 \mp \sqrt{1037})(y-1)}{182} \right)^2, \\ \sum \frac{397 \pm 12\sqrt{1037}}{\pm \sqrt{1037}} \left(\frac{(19 \mp \sqrt{1037})(x-2) + 26(y-1)}{182} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{397 \mp 12\sqrt{1037}}{\sqrt{1037}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{243 \mp 5\sqrt{1037}}{2\sqrt{1037}}}\right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{397 \mp 12\sqrt{1037}}{\sqrt{1037}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{243 \mp 5\sqrt{1037}}{2\sqrt{1037}}}\right)$$

olur.

5 (3, 6), (3, 9), (2, 3)

Kesen köşeleri $(2, 3) \pm (3, 6)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 3) \pm (3, 9)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{9(x-2) - 3(y-3)}{9}\right)^2 - \left(\frac{6(x-2) - 3(y-3)}{9}\right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{3(x-2) - (y-3)}{3}\right)^2 - \left(\frac{2(x-2) - (y-3)}{3}\right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$45x^2 - 18xy - 0y^2 - 126x + 36y - 9 = 0,$$

$$5x^2 - 2xy - 0y^2 - 14x + 4y - 1 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{5(x-2) - (y-3)}{3}\right)^2 - \left(\frac{y-3}{3}\right)^2 = 5,$$

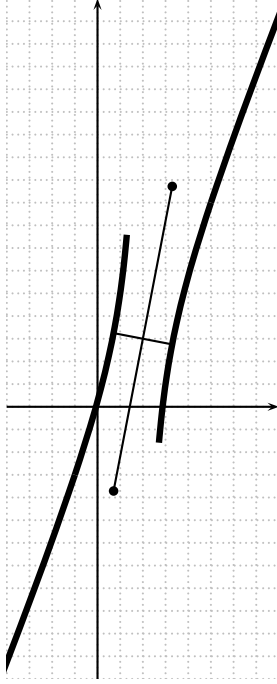
denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{3\sqrt{5}}{5}, 3\right), \quad \left(2 \pm \frac{3\sqrt{5}}{5}, 3 \pm 3\sqrt{5}\right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{27 \pm 5\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{2(x-2) + (5 \mp \sqrt{29})(y-3)}{6}\right)^2,$$

$$\sum \frac{1 \mp 0\sqrt{29}}{\pm \sqrt{29}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{29})(x-2) + 2(y-3)}{6}\right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + 3\sqrt{\frac{9 \pm 0\sqrt{29}}{\sqrt{29}}}, 3 \mp 3\sqrt{\frac{27 \mp 5\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right),$$

$$\left(2 - 3\sqrt{\frac{9 \pm 0\sqrt{29}}{\sqrt{29}}}, 3 \pm 3\sqrt{\frac{27 \mp 5\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right)$$

olur.

6 $(2, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 1)$

Kesen köşeleri $(3, 1) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(3, 1) \pm (3, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-3) - 3(y-1)}{1} \right)^2 - \left(\frac{(x-3) - 2(y-1)}{1} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 - 8xy + 5y^2 - 10x + 14y + 7 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

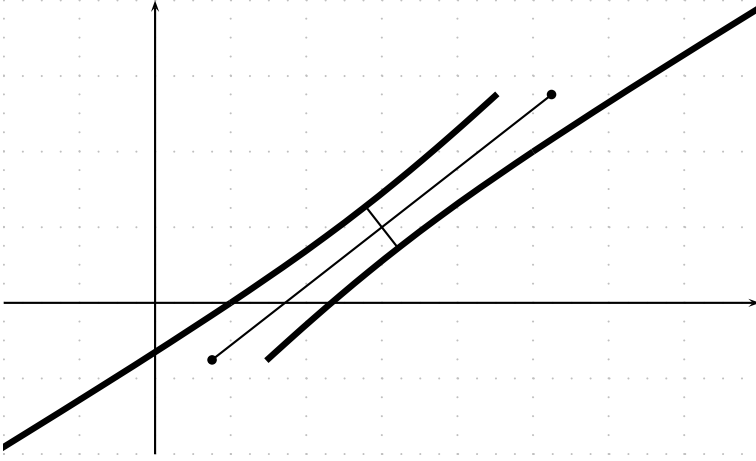
$$(3(x-3) - 4(y-1))^2 - (y-1)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(3 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 \right), \quad \left(3 \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}, 1 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{4(x-3) + (-1 \mp \sqrt{17})(y-1)}{4} \right)^2, \\ \sum \frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{(1 \mp \sqrt{17})(x-3) + 4(y-1)}{4} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(3 + \sqrt{\frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right),$$

$$\left(3 - \sqrt{\frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right)$$

olur.

7 $(4, 1), (2, 4), (2, 1)$

Kesen köşeleri $(2, 1) \pm (4, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 1) \pm (2, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-2) - 2(y-1)}{14} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 4(y-1)}{14} \right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{2(x-2) - (y-1)}{7} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 4(y-1)}{14} \right)^2 = 1$$

denklemi tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$15x^2 - 8xy - 12y^2 - 52x + 40y - 164 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{15(x-2) - 4(y-1)}{14} \right)^2 - (y-1)^2 = 15,$$

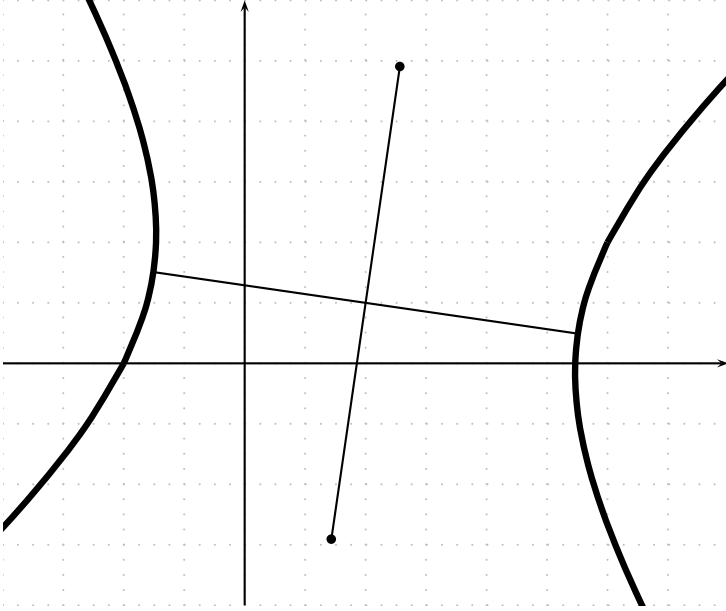
denklemi elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{14\sqrt{15}}{15}, 1 \right), \quad \left(2 \pm \frac{4\sqrt{15}}{15}, 1 \pm \sqrt{15} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{437 \pm 15\sqrt{793}}{\pm 2\sqrt{793}} \left(\frac{8(x-2) + (27 \mp \sqrt{793})(y-1)}{112} \right)^2,$$

$$\sum \frac{89 \mp 3\sqrt{793}}{\pm 2\sqrt{793}} \left(\frac{(-27 \mp \sqrt{793})(x-2) + 8(y-1)}{56} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{2(89 \pm 3\sqrt{793})}{\sqrt{793}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{437 \mp 15\sqrt{793}}{2\sqrt{793}}}\right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{2(89 \pm 3\sqrt{793})}{\sqrt{793}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{437 \mp 15\sqrt{793}}{2\sqrt{793}}}\right)$$

olur.

8 (2, 1), (3, 2), (3, 2)

Kesen köşeleri $(3, 2) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(3, 2) \pm (3, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-3) - 3(y-2)}{1} \right)^2 - \left(\frac{(x-3) - 2(y-2)}{1} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 - 8xy + 5y^2 - 2x + 4y - 2 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

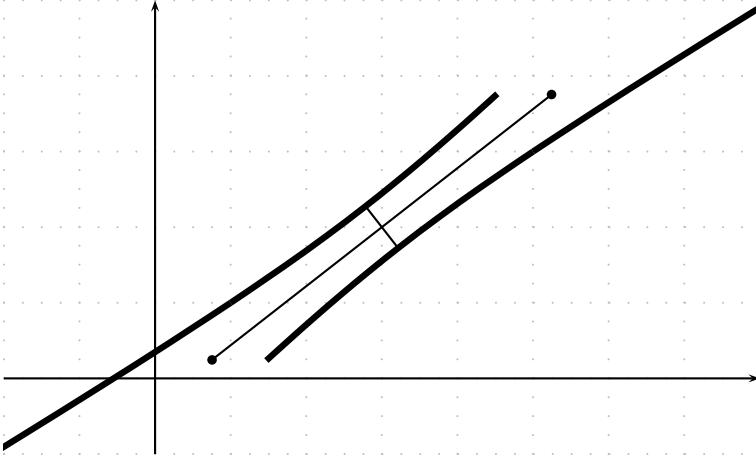
$$(3(x-3) - 4(y-2))^2 - (y-2)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(3 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, 2 \right), \quad \left(3 \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}, 2 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{4(x-3) + (-1 \mp \sqrt{17})(y-2)}{4} \right)^2, \\ \sum \frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{(1 \mp \sqrt{17})(x-3) + 4(y-2)}{4} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(3 + \sqrt{\frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right),$$

$$\left(3 - \sqrt{\frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right)$$

olur.

9 $(4, 1), (2, 3), (2, 1)$

Kesen köşeleri $(2, 1) \pm (4, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 1) \pm (2, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-2) - 2(y-1)}{10} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 4(y-1)}{10} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 8x^2 - 4xy - 12y^2 - 28x + 32y - 88 &= 0, \\ 2x^2 - 1xy - 3y^2 - 7x + 8y - 22 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

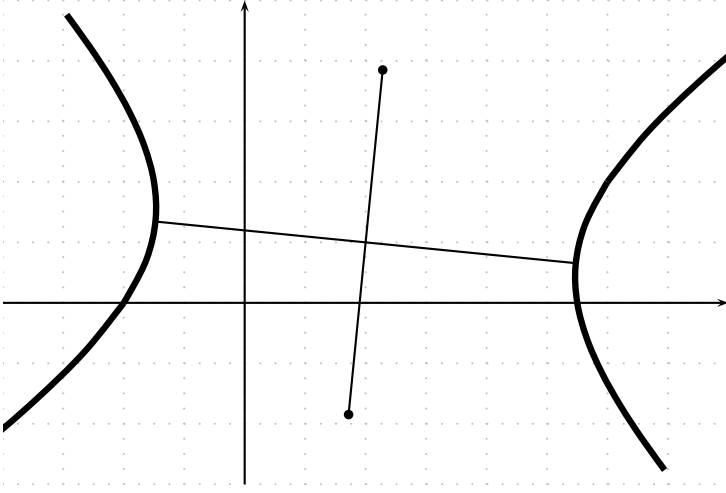
$$\left(\frac{4(x-2) - (y-1)}{10} \right)^2 - \left(\frac{y-1}{2} \right)^2 = 2,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, 1 \right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \pm 2\sqrt{2} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{21 \pm 4\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(x-2) + (5 \mp \sqrt{26})(y-1)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{31 \mp 6\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{26})(x-2) + (y-1)}{10} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{31 \pm 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{31 \pm 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right)$$

olur.

10 $(5, 1), (2, 3), (2, 1)$

Kesen köşeleri $(2, 1) \pm (5, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 1) \pm (2, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-2) - 2(y-1)}{13} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 5(y-1)}{13} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$8x^2 - 2xy - 21y^2 - 30x + 46y - 162 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

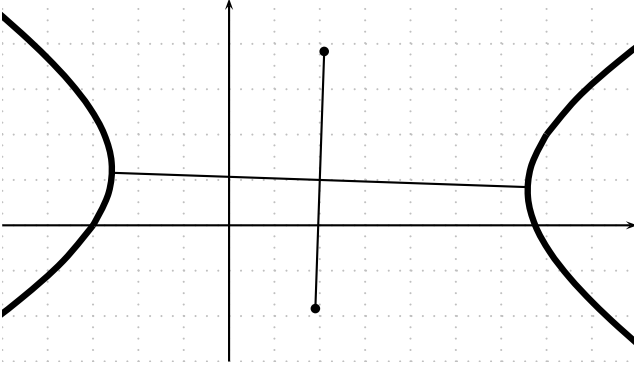
$$\left(\frac{8(x-2) - (y-1)}{26} \right)^2 - \left(\frac{y-1}{2} \right)^2 = 2,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{13\sqrt{2}}{4}, 1 \right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}, 1 \pm 2\sqrt{2} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\pm\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-2) + (29 \mp 13\sqrt{5})(y-1)}{26} \right)^2, \\ \sum \frac{47 \mp 21\sqrt{5}}{\pm 2\sqrt{5}} \left(\frac{(-29 \mp 13\sqrt{5})(x-2) + 2(y-1)}{26} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{47 \pm 21\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}\right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{47 \pm 21\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}\right)$$

olur.

$$\mathbf{11} \quad (4, 2), (1, 3), (4, 3)$$

Kesen köşeleri $(4, 3) \pm (4, 2)$ olan, eşlenik köşeleri $(4, 3) \pm (1, 3)$ olan hiperbol,

$$\begin{aligned} \left(\frac{3(x-4) - (y-3)}{10} \right)^2 - \left(\frac{2(x-4) - 4(y-3)}{10} \right)^2 &= 1, \\ \left(\frac{3(x-4) - (y-3)}{10} \right)^2 - \left(\frac{(x-4) - 2(y-3)}{5} \right)^2 &= 1 \end{aligned}$$

denklemleri tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 5x^2 + 10xy - 15y^2 - 70x + 50y - 35 &= 0, \\ 1x^2 + 2xy - 3y^2 - 14x + 10y - 7 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

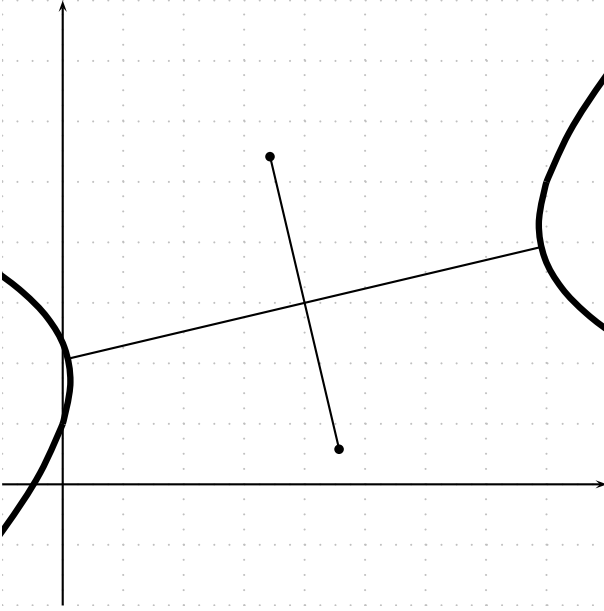
$$\left(\frac{(x-4) + (y-3)}{2} \right)^2 - (y-3)^2 = 5,$$

denklemleri elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$(4 \pm 2\sqrt{5}, 3), \quad (4 \mp \sqrt{5}, 3 \pm \sqrt{5})$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{3 \pm \sqrt{5}}{\pm 10\sqrt{5}} \left(\frac{(x-4) - (2 \mp \sqrt{5})(y-3)}{2} \right)^2, \\ \sum \frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{\pm 10\sqrt{5}} \left(\frac{(-2 \mp \sqrt{5})(x-4) - (y-3)}{2} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(4 + \sqrt{\frac{5(7 \pm 3\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}, 3 \pm \sqrt{\frac{5(3 \mp \sqrt{5})}{2\sqrt{5}}} \right),$$

$$\left(4 - \sqrt{\frac{5(7 \pm 3\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}, 3 \mp \sqrt{\frac{5(3 \mp \sqrt{5})}{2\sqrt{5}}} \right)$$

olur.

12 $(2, 1), (1, 3), (1, 2)$

Kesen köşeleri $(1, 2) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 2) \pm (1, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-1) - (y-2)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-1) - 2(y-2)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$8x^2 - 2xy - 3y^2 - 12x + 14y - 33 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

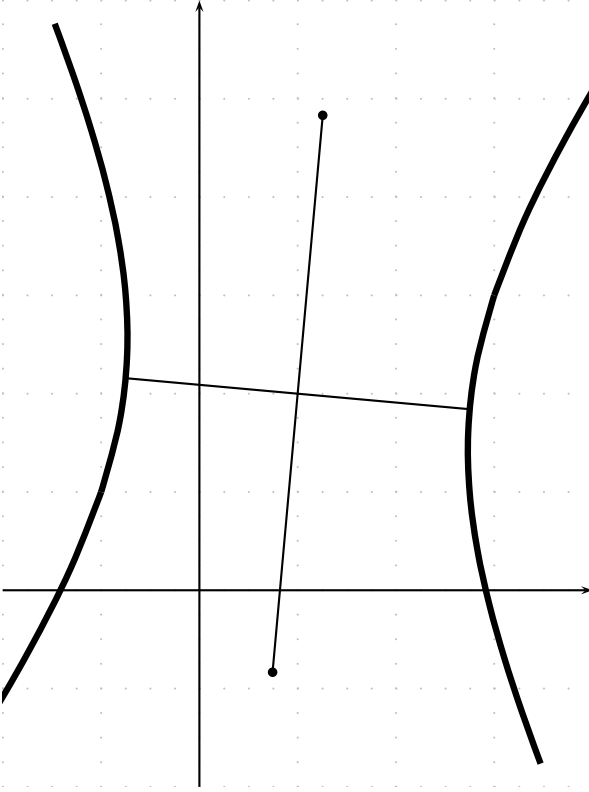
$$\left(\frac{8(x-1) - (y-2)}{10} \right)^2 - \left(\frac{y-2}{2} \right)^2 = 2,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{5\sqrt{2}}{4}, 2 \right), \quad \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}, 2 \pm 2\sqrt{2} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\pm\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-1) + (11 \mp 5\sqrt{5})(y-2)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{\pm 2\sqrt{5}} \left(\frac{(-11 \mp 5\sqrt{5})(x-1) + 2(y-2)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + \sqrt{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}\right),$$

$$\left(1 - \sqrt{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}\right)$$

olur.

13 $(2, 1), (3, 4), (5, 2)$

Kesen köşeleri $(5, 2) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(5, 2) \pm (3, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-5) - 3(y-2)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-5) - 2(y-2)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 15x^2 - 20xy + 5y^2 - 110x + 80y + 170 &= 0, \\ 3x^2 - 4xy + 1y^2 - 22x + 16y + 34 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

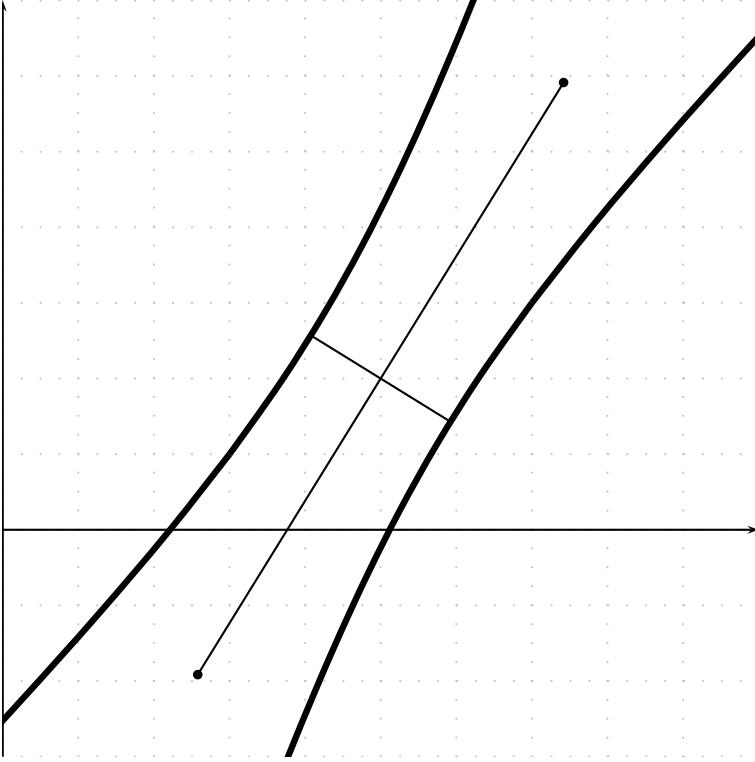
$$(3(x-5) - 2(y-2))^2 - (y-2)^2 = 15,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(5 \pm \frac{\sqrt{15}}{3}, 2 \right), \quad \left(5 \pm \frac{2\sqrt{15}}{3}, 2 \pm \sqrt{15} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{\pm 10\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-5) + (1 \mp \sqrt{5})(y-2)}{2} \right)^2, \\ \sum \frac{3 \pm \sqrt{5}}{\pm 10\sqrt{5}} \left(\frac{(-1 \mp \sqrt{5})(x-5) + 2(y-2)}{2} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(5 + \sqrt{\frac{5(3 \mp \sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{5(7 \mp 3\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}} \right),$$

$$\left(5 - \sqrt{\frac{5(3 \mp \sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{5(7 \mp 3\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}} \right)$$

olur.

14 $(2, 3), (1, 4), (2, 1)$

Kesen köşeleri $(2, 1) \pm (2, 3)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 1) \pm (1, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-2) - (y-1)}{5} \right)^2 - \left(\frac{3(x-2) - 2(y-1)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$7x^2 + 4xy - 3y^2 - 32x - 2y + 8 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

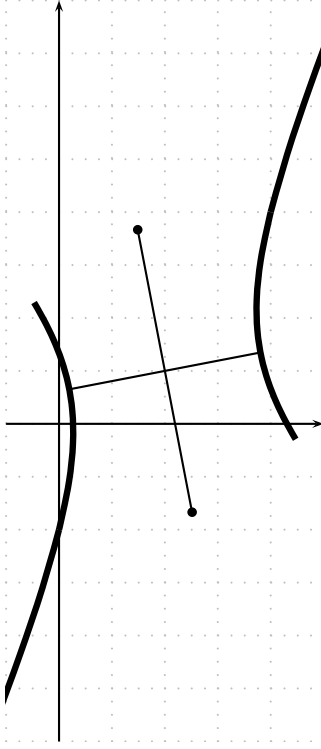
$$\left(\frac{7(x-2) + 2(y-1)}{5} \right)^2 - (y-1)^2 = 7,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{7}}{7}, 1 \right), \quad \left(2 \mp \frac{2\sqrt{7}}{7}, 1 \pm \sqrt{7} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{39 \pm 7\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{2(x-2) - (5 \mp \sqrt{29})(y-1)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{19 \mp 3\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{29})(x-2) - 2(y-1)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{19 \pm 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{39 \mp 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{19 \pm 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{39 \mp 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right)$$

olur.

15 $(6, 2), (3, 4), (4, 3)$

Kesen köşeleri $(4, 3) \pm (6, 2)$ olan, eşlenik köşeleri $(4, 3) \pm (3, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-4) - 3(y-3)}{18} \right)^2 - \left(\frac{2(x-4) - 6(y-3)}{18} \right)^2 = 1,$$
$$\left(\frac{4(x-4) - 3(y-3)}{18} \right)^2 - \left(\frac{(x-4) - 3(y-3)}{9} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$12x^2 - 0xy - 27y^2 - 96x + 162y - 375 = 0,$$
$$4x^2 - 0xy - 9y^2 - 32x + 54y - 125 = 0$$

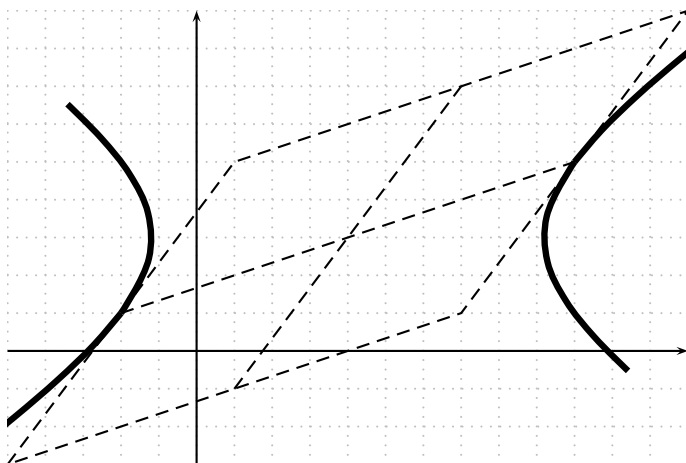
olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{(x-4) - 0(y-3)}{3} \right)^2 - \left(\frac{y-3}{2} \right)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$(4 \pm 3\sqrt{3}, 3), \quad (4 \mp 0\sqrt{3}, 3 \pm 2\sqrt{3})$$

olur.



16 $(5, 1), (1, 2), (6, 4)$

Kesen köşeleri $(6, 4) \pm (5, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(6, 4) \pm (1, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-6) - (y-4)}{9} \right)^2 - \left(\frac{(x-6) - 5(y-4)}{9} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 3x^2 + 6xy - 24y^2 - 60x + 156y - 213 &= 0, \\ 1x^2 + 2xy - 8y^2 - 20x + 52y - 71 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

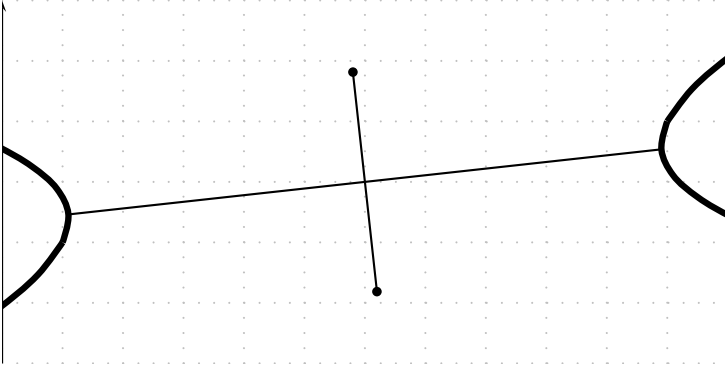
$$\left(\frac{(x-6) + (y-4)}{3} \right)^2 - (y-4)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$(6 \pm 3\sqrt{3}, 4), \quad (6 \mp \sqrt{3}, 4 \pm \sqrt{3})$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{11 \pm \sqrt{85}}{\pm 6\sqrt{85}} \left(\frac{2(x-6) - (9 \mp \sqrt{85})(y-4)}{6} \right)^2, \\ \sum \frac{37 \mp 4\sqrt{85}}{\pm 3\sqrt{85}} \left(\frac{(-9 \mp \sqrt{85})(x-6) - 2(y-4)}{6} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(6 + \sqrt{\frac{3(37 \pm 4\sqrt{85})}{\sqrt{85}}}, 4 \pm \sqrt{\frac{3(11 \mp \sqrt{85})}{2\sqrt{85}}} \right),$$

$$\left(6 - \sqrt{\frac{3(37 \pm 4\sqrt{85})}{\sqrt{85}}}, 4 \mp \sqrt{\frac{3(11 \mp \sqrt{85})}{2\sqrt{85}}} \right)$$

olur.

17 $(2, 1), (1, 3), (1, 2)$

Kesen köşeleri $(1, 2) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 2) \pm (1, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-1) - (y-2)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-1) - 2(y-2)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$8x^2 - 2xy - 3y^2 - 12x + 14y - 33 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

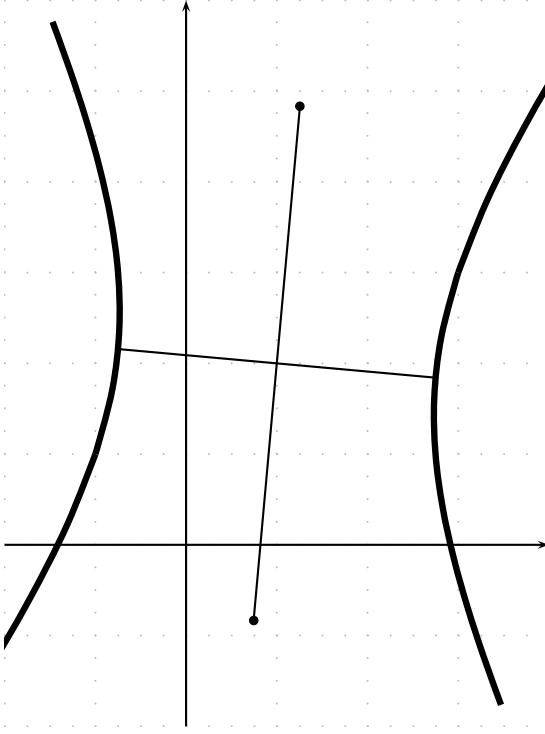
$$\left(\frac{8(x-1) - (y-2)}{10} \right)^2 - \left(\frac{y-2}{2} \right)^2 = 2,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{5\sqrt{2}}{4}, 2 \right), \quad \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}, 2 \pm 2\sqrt{2} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\pm\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-1) + (11 \mp 5\sqrt{5})(y-2)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{\pm 2\sqrt{5}} \left(\frac{(-11 \mp 5\sqrt{5})(x-1) + 2(y-2)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + \sqrt{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}\right),$$

$$\left(1 - \sqrt{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}\right)$$

olur.

18 $(3, 2), (2, 4), (2, 2)$

Kesen köşeleri $(2, 2) \pm (3, 2)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 2) \pm (2, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-2) - 2(y-2)}{8}\right)^2 - \left(\frac{2(x-2) - 3(y-2)}{8}\right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{2(x-2) - (y-2)}{4}\right)^2 - \left(\frac{2(x-2) - 3(y-2)}{8}\right)^2 = 1$$

denklemi tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$12x^2 - 4xy - 5y^2 - 40x + 28y - 52 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{6(x-2) - (y-2)}{8}\right)^2 - \left(\frac{y-2}{2}\right)^2 = 3,$$

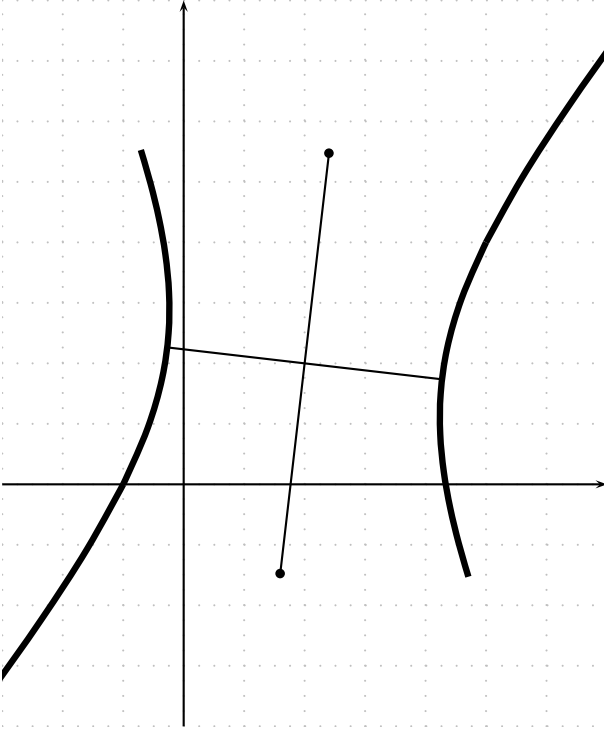
denklemi elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}, 2\right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, 2 \pm 2\sqrt{3}\right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{53 \pm 3\sqrt{305}}{\pm 2\sqrt{305}} \left(\frac{4(x-2) + (17 \mp \sqrt{305})(y-2)}{16}\right)^2,$$

$$\sum \frac{93 \mp 5\sqrt{305}}{\pm 2\sqrt{305}} \left(\frac{(-17 \mp \sqrt{305})(x-2) + 4(y-2)}{32}\right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{93 \pm 5\sqrt{305}}{2\sqrt{305}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{2(53 \mp 3\sqrt{305})}{\sqrt{305}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{93 \pm 5\sqrt{305}}{2\sqrt{305}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{2(53 \mp 3\sqrt{305})}{\sqrt{305}}} \right)$$

olur.

19 $(2, 1), (3, 2), (2, 4)$

Kesen köşeleri $(2, 4) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 4) \pm (3, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-2) - 3(y-4)}{1} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 2(y-4)}{1} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 - 8xy + 5y^2 + 20x - 24y + 27 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

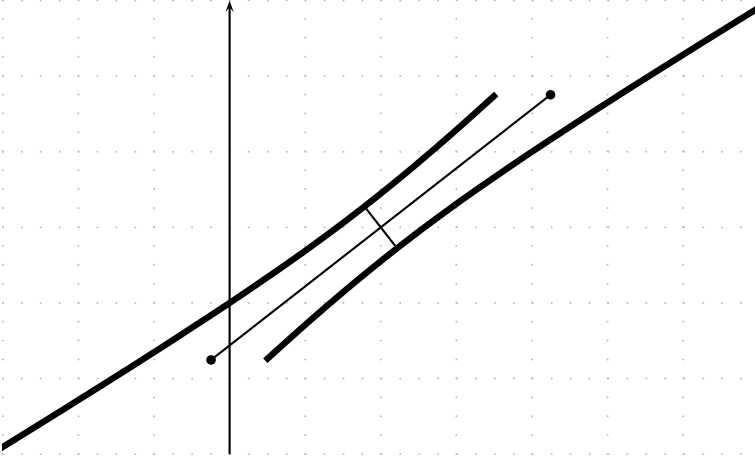
$$(3(x-2) - 4(y-4))^2 - (y-4)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, 4 \right), \quad \left(2 \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}, 4 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{4(x-2) + (-1 \mp \sqrt{17})(y-4)}{4} \right)^2, \\ \sum \frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{(1 \mp \sqrt{17})(x-2) + 4(y-4)}{4} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, 4 \mp \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, 4 \pm \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right)$$

olur.

20 $(5, 2), (3, 4), (3, 2)$

Kesen köşeleri $(3, 2) \pm (5, 2)$ olan, eşlenik köşeleri $(3, 2) \pm (3, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-3) - 3(y-2)}{14} \right)^2 - \left(\frac{2(x-3) - 5(y-2)}{14} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 12x^2 - 4xy - 16y^2 - 64x + 76y - 176 &= 0, \\ 3x^2 - 1xy - 4y^2 - 16x + 19y - 44 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

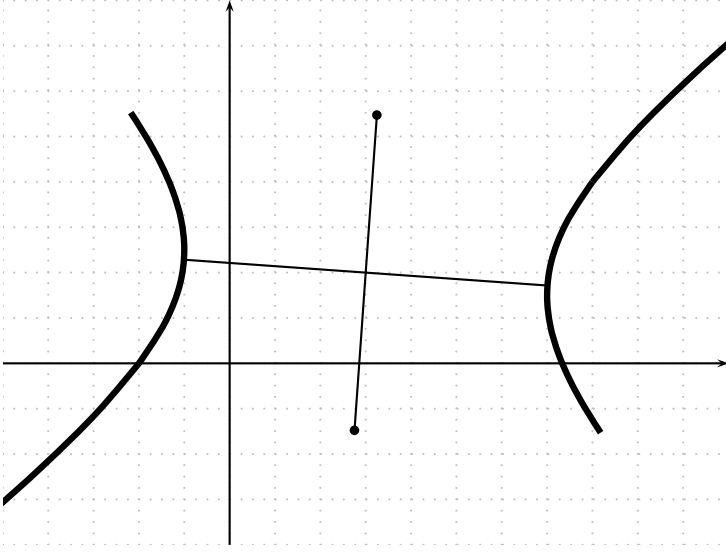
$$\left(\frac{6(x-3) - (y-2)}{14} \right)^2 - \left(\frac{y-2}{2} \right)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(3 \pm \frac{7\sqrt{3}}{3}, 2 \right), \quad \left(3 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, 2 \pm 2\sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{43 \pm 30\sqrt{2}}{\pm 5\sqrt{2}} \left(\frac{(x-3) + (7 \mp 5\sqrt{2})(y-2)}{14} \right)^2, \\ \sum \frac{57 \mp 40\sqrt{2}}{\pm 5\sqrt{2}} \left(\frac{(-7 \mp 5\sqrt{2})(x-3) + (y-2)}{14} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(3 + \sqrt{\frac{57 \pm 40\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{43 \mp 30\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}} \right),$$

$$\left(3 - \sqrt{\frac{57 \pm 40\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{43 \mp 30\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}} \right)$$

olur.

21 $(4, 1), (3, 2), (2, 1)$

Kesen köşeleri $(2, 1) \pm (4, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 1) \pm (3, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-2) - 3(y-1)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 4(y-1)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 - 4xy - 7y^2 - 8x + 22y - 28 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

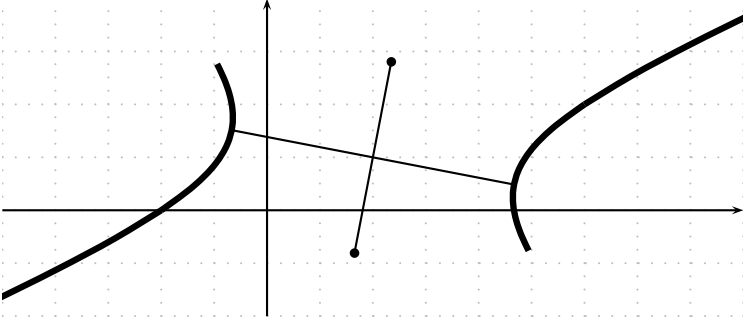
$$\left(\frac{3(x-2) - 2(y-1)}{5} \right)^2 - (y-1)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}, 1 \right), \quad \left(2 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, 1 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{19 \pm 3\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{2(x-2) + (5 \mp \sqrt{29})(y-1)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{39 \mp 7\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{29})(x-2) + 2(y-1)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{39 \pm 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, 1 \mp \sqrt{\frac{19 \mp 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{39 \pm 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, 1 \pm \sqrt{\frac{19 \mp 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}} \right)$$

olur.

22 $(6, 4), (2, 8), (1, 3)$

Kesen köşeleri $(1, 3) \pm (6, 4)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 3) \pm (2, 8)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{8(x-1) - 2(y-3)}{40}\right)^2 - \left(\frac{4(x-1) - 6(y-3)}{40}\right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{4(x-1) - (y-3)}{20}\right)^2 - \left(\frac{2(x-1) - 3(y-3)}{20}\right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$48x^2 + 16xy - 32y^2 - 144x + 176y - 1792 = 0,$$

$$3x^2 + 1xy - 2y^2 - 9x + 11y - 112 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{6(x-1) + (y-3)}{20}\right)^2 - \left(\frac{y-3}{4}\right)^2 = 3,$$

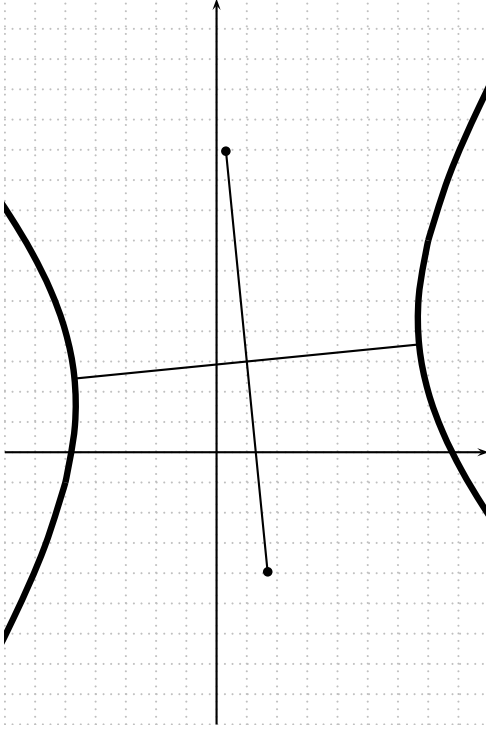
denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{10\sqrt{3}}{3}, 3\right), \quad \left(1 \mp \frac{2\sqrt{3}}{3}, 3 \pm 4\sqrt{3}\right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{31 \pm 6\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(x-1) - (5 \mp \sqrt{26})(y-3)}{20}\right)^2,$$

$$\sum \frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{26})(x-1) - (y-3)}{20}\right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + 2\sqrt{\frac{21 \pm 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 3 \pm 2\sqrt{\frac{31 \mp 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right),$$

$$\left(1 - 2\sqrt{\frac{21 \pm 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 3 \mp 2\sqrt{\frac{31 \mp 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right)$$

olur.

23 $(2, 1), (3, 4), (1, 2)$

Kesen köşeleri $(1, 2) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 2) \pm (3, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-1) - 3(y-2)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-1) - 2(y-2)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 15x^2 - 20xy + 5y^2 + 10x - 0y - 30 &= 0, \\ 3x^2 - 4xy + 1y^2 + 2x - 0y - 6 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

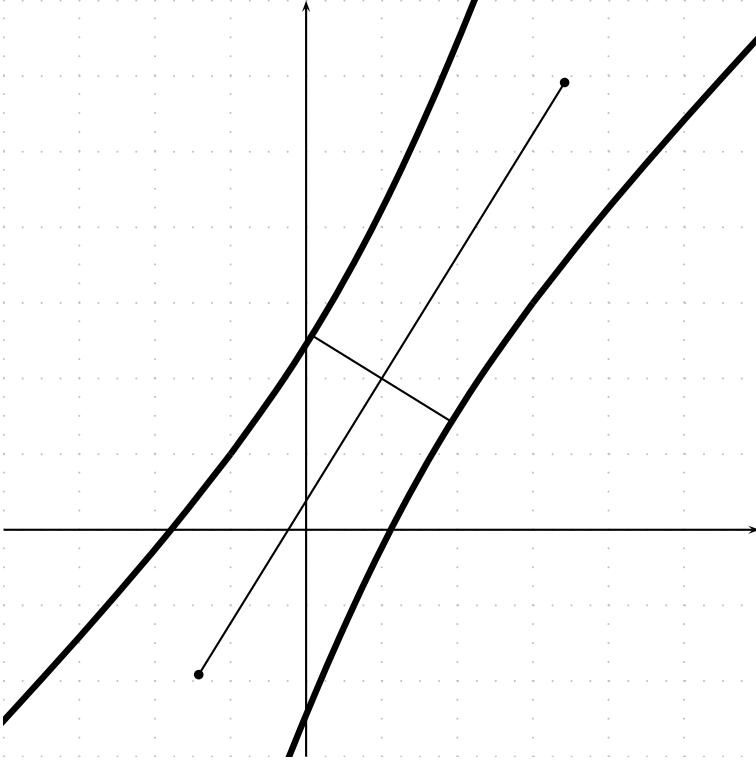
$$(3(x-1) - 2(y-2))^2 - (y-2)^2 = 15,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{\sqrt{15}}{3}, 2 \right), \quad \left(1 \pm \frac{2\sqrt{15}}{3}, 2 \pm \sqrt{15} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{\pm 10\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-1) + (1 \mp \sqrt{5})(y-2)}{2} \right)^2, \\ \sum \frac{3 \pm \sqrt{5}}{\pm 10\sqrt{5}} \left(\frac{(-1 \mp \sqrt{5})(x-1) + 2(y-2)}{2} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + \sqrt{\frac{5(3 \mp \sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{5(7 \mp 3\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}\right),$$

$$\left(1 - \sqrt{\frac{5(3 \mp \sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{5(7 \mp 3\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}}\right)$$

olur.

24 $(3, 5), (3, 7), (2, 3)$

Kesen köşeleri $(2, 3) \pm (3, 5)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 3) \pm (3, 7)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{7(x-2) - 3(y-3)}{6} \right)^2 - \left(\frac{5(x-2) - 3(y-3)}{6} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 24x^2 - 12xy - 0y^2 - 60x + 24y - 12 &= 0, \\ 2x^2 - 1xy - 0y^2 - 5x + 2y - 1 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

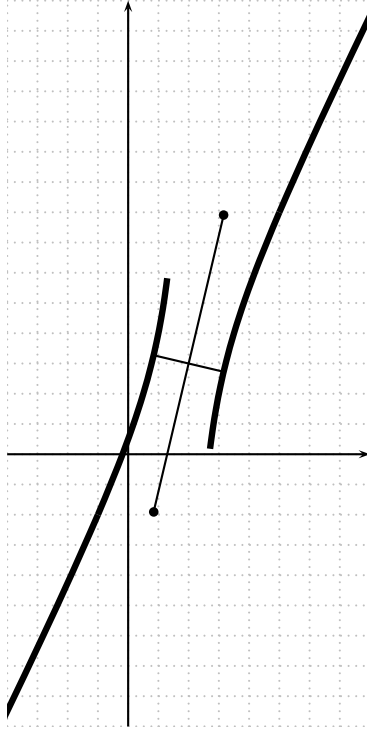
$$\left(\frac{4(x-2) - (y-3)}{2} \right)^2 - \left(\frac{y-3}{2} \right)^2 = 6,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, 3 \right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, 3 \pm 2\sqrt{6} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\pm 3\sqrt{5}} \left(\frac{(x-2) + (2 \mp \sqrt{5})(y-3)}{2} \right)^2, \\ \sum \frac{1 \mp 0\sqrt{5}}{\pm 3\sqrt{5}} \left(\frac{(-2 \mp \sqrt{5})(x-2) + (y-3)}{2} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{3(3 \pm 0\sqrt{5})}{\sqrt{5}}}, 3 \mp \sqrt{\frac{3(9 \mp 4\sqrt{5})}{\sqrt{5}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{3(3 \pm 0\sqrt{5})}{\sqrt{5}}}, 3 \pm \sqrt{\frac{3(9 \mp 4\sqrt{5})}{\sqrt{5}}} \right)$$

olur.

25 $(2, 1), (1, 3), (2, -1)$

Kesen köşeleri $(2, -1) \pm (2, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, -1) \pm (1, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-2) - (y+1)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 2(y+1)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$8x^2 - 2xy - 3y^2 - 34x - 2y + 8 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

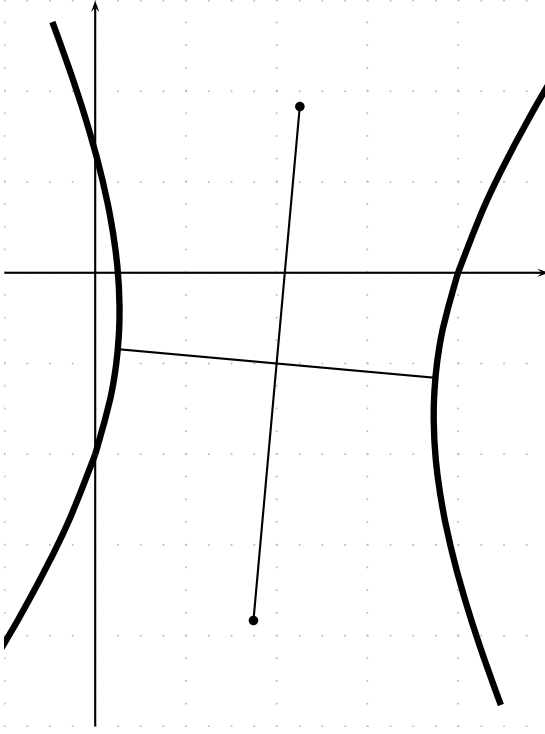
$$\left(\frac{8(x-2) - (y+1)}{10} \right)^2 - \left(\frac{y+1}{2} \right)^2 = 2,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{2}}{4}, -1 \right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{2}}{4}, -1 \pm 2\sqrt{2} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\pm\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-2) + (11 \mp 5\sqrt{5})(y+1)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{\pm 2\sqrt{5}} \left(\frac{(-11 \mp 5\sqrt{5})(x-2) + 2(y+1)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, -1 \mp \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}, -1 \pm \sqrt{\frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}} \right)$$

olur.

26 $(3, 1), (2, 2), (2, -2)$

Kesen köşeleri $(2, -2) \pm (3, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, -2) \pm (2, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-2) - 2(y+2)}{4} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 3(y+2)}{4} \right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{(x-2) - (y+2)}{2} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 3(y+2)}{4} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 - 2xy - 5y^2 - 16x - 16y - 16 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

$$\left(\frac{3(x-2) - (y+2)}{4} \right)^2 - (y+2)^2 = 3,$$

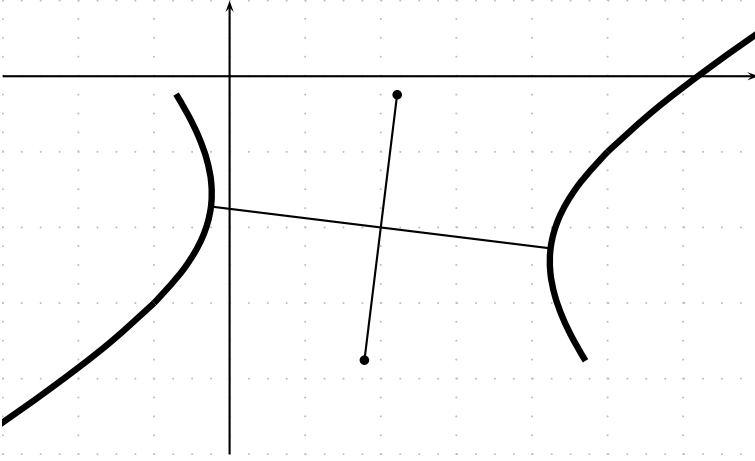
denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}, -2 \right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, -2 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{13 \pm 3\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{(x-2) + (4 \mp \sqrt{17})(y+2)}{4} \right)^2,$$

$$\sum \frac{21 \mp 5\sqrt{17}}{\pm 2\sqrt{17}} \left(\frac{(-4 \mp \sqrt{17})(x-2) + (y+2)}{4} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, -2 \mp \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}}, -2 \pm \sqrt{\frac{13 \mp 3\sqrt{17}}{2\sqrt{17}}} \right)$$

olur.

27 $(1, 2), (3, 4), (3, 2)$

Kesen köşeleri $(3, 2) \pm (1, 2)$ olan, eşlenik köşeleri $(3, 2) \pm (3, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-3) - 3(y-2)}{2} \right)^2 - \left(\frac{2(x-3) - (y-2)}{2} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 12x^2 - 20xy + 8y^2 - 32x + 28y + 16 &= 0, \\ 3x^2 - 5xy + 2y^2 - 8x + 7y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

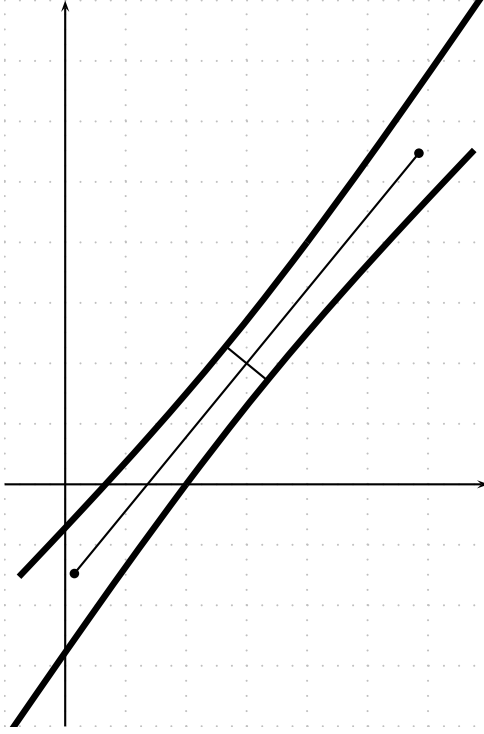
$$\left(\frac{6(x-3) - 5(y-2)}{2} \right)^2 - \left(\frac{y-2}{2} \right)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(3 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}, 2 \right), \quad \left(3 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}, 2 \pm 2\sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{31 \pm 6\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{5(x-3) + (1 \mp \sqrt{26})(y-2)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{21 \pm 4\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(-1 \mp \sqrt{26})(x-3) + 5(y-2)}{10} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(3 + \sqrt{\frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{31 \mp 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right),$$

$$\left(3 - \sqrt{\frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{31 \mp 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right)$$

olur.

28 $(6, 1), (3, 4), (1, 2)$

Kesen köşeleri $(1, 2) \pm (6, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 2) \pm (3, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-1) - 3(y-2)}{21} \right)^2 - \left(\frac{(x-1) - 6(y-2)}{21} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 15x^2 - 12xy - 27y^2 - 6x + 120y - 558 &= 0, \\ 5x^2 - 4xy - 9y^2 - 2x + 40y - 186 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

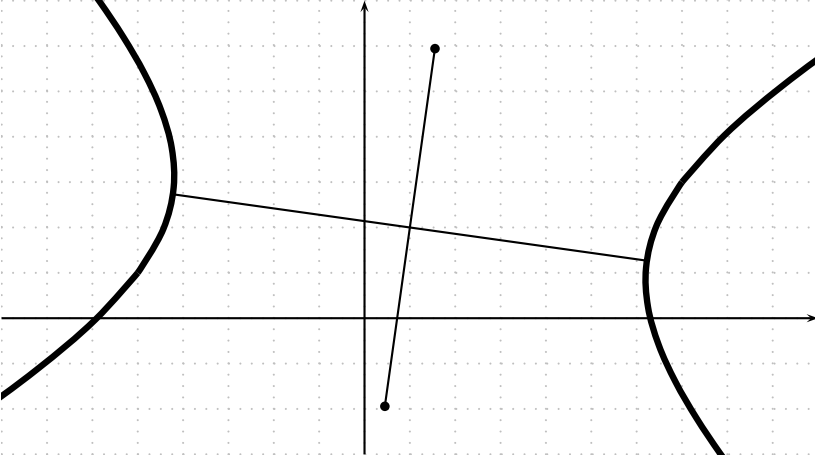
$$\left(\frac{5(x-1) - 2(y-2)}{7} \right)^2 - (y-2)^2 = 15,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{7\sqrt{15}}{5}, 2 \right), \quad \left(1 \pm \frac{2\sqrt{15}}{5}, 2 \pm \sqrt{15} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{39 \pm 5\sqrt{53}}{\pm 6\sqrt{53}} \left(\frac{2(x-1) + (7 \mp \sqrt{53})(y-2)}{14} \right)^2, \\ \sum \frac{67 \mp 9\sqrt{53}}{\pm 6\sqrt{53}} \left(\frac{(-7 \mp \sqrt{53})(x-1) + 2(y-2)}{14} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + \sqrt{\frac{3(67 \pm 9\sqrt{53})}{2\sqrt{53}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{3(39 \mp 5\sqrt{53})}{2\sqrt{53}}}\right),$$

$$\left(1 - \sqrt{\frac{3(67 \pm 9\sqrt{53})}{2\sqrt{53}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{3(39 \mp 5\sqrt{53})}{2\sqrt{53}}}\right)$$

olur.

29 $(4, 1), (3, 2), (1, 2)$

Kesen köşeleri $(1, 2) \pm (4, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(1, 2) \pm (3, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-1) - 3(y-2)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-1) - 4(y-2)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 - 4xy - 7y^2 + 2x + 32y - 58 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

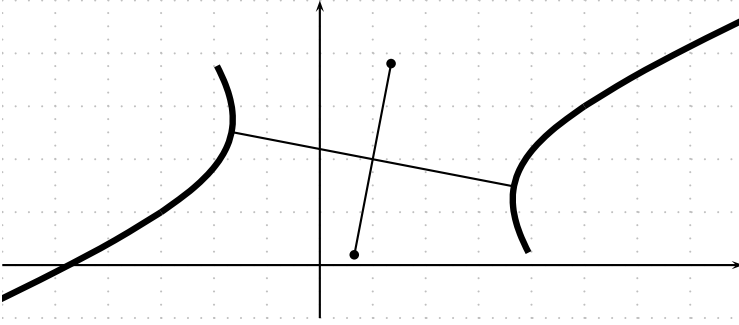
$$\left(\frac{3(x-1) - 2(y-2)}{5} \right)^2 - (y-2)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(1 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}, 2 \right), \quad \left(1 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}, 2 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{19 \pm 3\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{2(x-1) + (5 \mp \sqrt{29})(y-2)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{39 \mp 7\sqrt{29}}{\pm 2\sqrt{29}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{29})(x-1) + 2(y-2)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(1 + \sqrt{\frac{39 \pm 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{19 \mp 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}\right),$$

$$\left(1 - \sqrt{\frac{39 \pm 7\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{19 \mp 3\sqrt{29}}{2\sqrt{29}}}\right)$$

olur.

30 $(3, 1), (1, 2), (4, 3)$

Kesen köşeleri $(4, 3) \pm (3, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(4, 3) \pm (1, 2)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{2(x-4) - (y-3)}{5} \right)^2 - \left(\frac{(x-4) - 3(y-3)}{5} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$3x^2 + 2xy - 8y^2 - 30x + 40y - 25 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

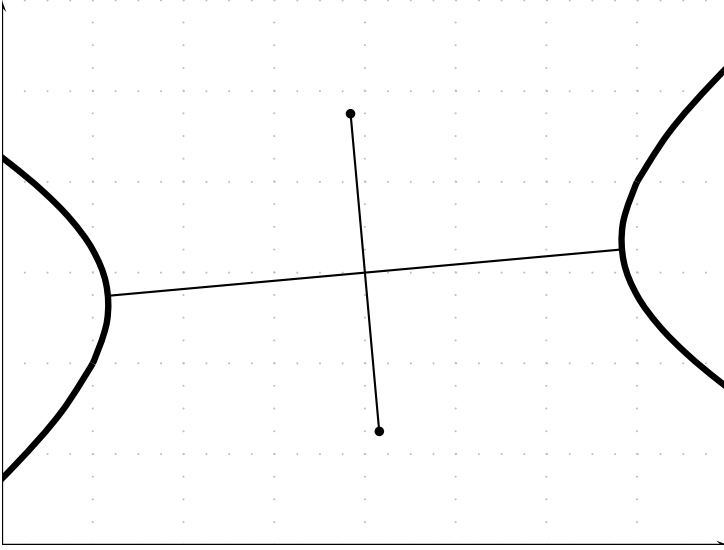
$$\left(\frac{3(x-4) + (y-3)}{5} \right)^2 - (y-3)^2 = 3,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(4 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}, 3 \right), \quad \left(4 \mp \frac{\sqrt{3}}{3}, 3 \pm \sqrt{3} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{7 \pm 3\sqrt{5}}{\pm 2\sqrt{5}} \left(\frac{2(x-4) - (11 \mp 5\sqrt{5})(y-3)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{9 \mp 4\sqrt{5}}{\pm \sqrt{5}} \left(\frac{(-11 \mp 5\sqrt{5})(x-4) - 2(y-3)}{10} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(4 + \sqrt{\frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}, 3 \pm \sqrt{\frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}\right),$$

$$\left(4 - \sqrt{\frac{9 \pm 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}}}, 3 \mp \sqrt{\frac{7 \mp 3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}}\right)$$

olur.

31 $(4, 1), (2, 3), (2, 2)$

Kesen köşeleri $(2, 2) \pm (4, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 2) \pm (2, 3)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{3(x-2) - 2(y-2)}{10} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 4(y-2)}{10} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$\begin{aligned} 8x^2 - 4xy - 12y^2 - 24x + 56y - 132 &= 0, \\ 2x^2 - 1xy - 3y^2 - 6x + 14y - 33 &= 0 \end{aligned}$$

olur. Kareler tamamlandığında

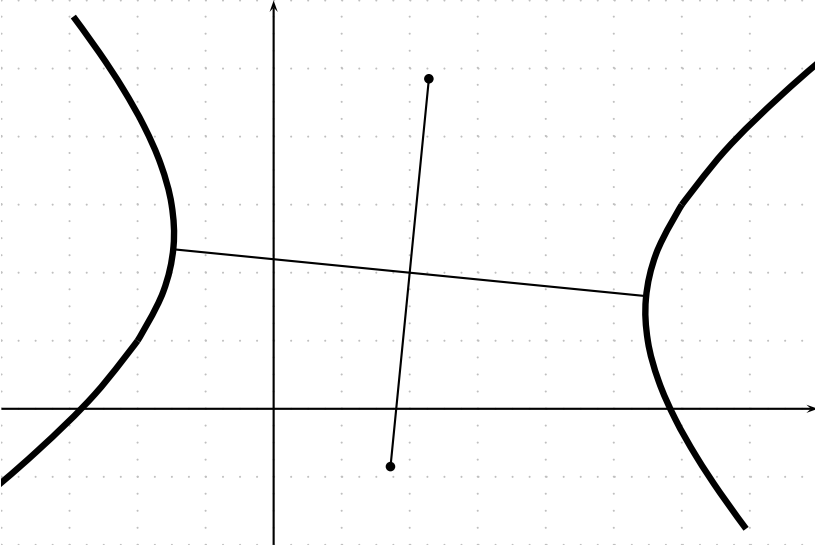
$$\left(\frac{4(x-2) - (y-2)}{10} \right)^2 - \left(\frac{y-2}{2} \right)^2 = 2,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, 2 \right), \quad \left(2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, 2 \pm 2\sqrt{2} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\begin{aligned} \sum \frac{21 \pm 4\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(x-2) + (5 \mp \sqrt{26})(y-2)}{10} \right)^2, \\ \sum \frac{31 \mp 6\sqrt{26}}{\pm\sqrt{26}} \left(\frac{(-5 \mp \sqrt{26})(x-2) + (y-2)}{10} \right)^2. \end{aligned}$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{31 \pm 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 2 \mp \sqrt{\frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{31 \pm 6\sqrt{26}}{\sqrt{26}}}, 2 \pm \sqrt{\frac{21 \mp 4\sqrt{26}}{\sqrt{26}}} \right)$$

olur.

32 $(3, 1), (5, 4), (2, 3)$

Kesen köşeleri $(2, 3) \pm (3, 1)$ olan, eşlenik köşeleri $(2, 3) \pm (5, 4)$ olan hiperbol,

$$\left(\frac{4(x-2) - 5(y-3)}{7} \right)^2 - \left(\frac{(x-2) - 3(y-3)}{7} \right)^2 = 1$$

denklemini tarafından tanımlanır. Genel denklem,

$$15x^2 - 34xy + 16y^2 + 42x - 28y - 49 = 0$$

olur. Kareler tamamlandığında

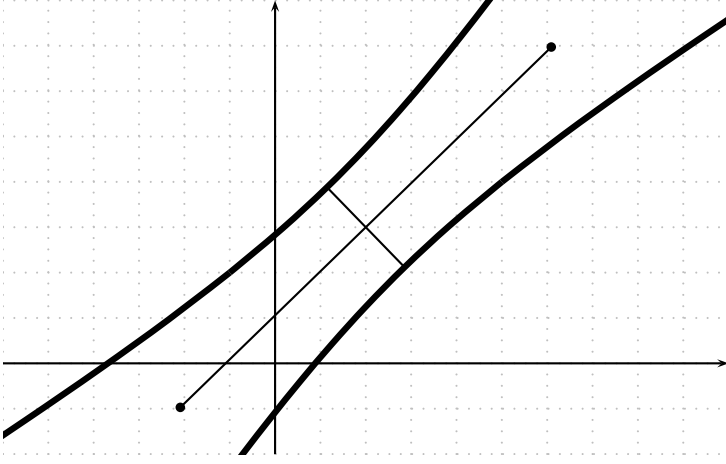
$$\left(\frac{15(x-2) - 17(y-3)}{7} \right)^2 - (y-3)^2 = 15,$$

denklemini elde edilir, ve buna uyan köşeler,

$$\left(2 \pm \frac{7\sqrt{15}}{15}, 3 \right), \quad \left(2 \pm \frac{17\sqrt{15}}{15}, 3 \pm \sqrt{15} \right)$$

olur. Eksenleri gösteren bir denklem için, aşağıdaki aynı polinomu temsil eden ifadelerin biri, 1'e eşit olsun:

$$\sum \frac{563 \pm 15\sqrt{1157}}{\pm 2\sqrt{1157}} \left(\frac{34(x-2) + (-1 \mp \sqrt{1157})(y-3)}{238} \right)^2, \\ \sum \frac{297 \pm 8\sqrt{1157}}{\pm \sqrt{1157}} \left(\frac{(1 \mp \sqrt{1157})(x-2) + 34(y-3)}{238} \right)^2.$$



Eksenlerin uç noktaları,

$$\left(2 + \sqrt{\frac{297 \mp 8\sqrt{1157}}{\sqrt{1157}}}, 3 \mp \sqrt{\frac{563 \mp 15\sqrt{1157}}{2\sqrt{1157}}}\right),$$

$$\left(2 - \sqrt{\frac{297 \mp 8\sqrt{1157}}{\sqrt{1157}}}, 3 \pm \sqrt{\frac{563 \mp 15\sqrt{1157}}{2\sqrt{1157}}}\right)$$

olur.